

Como Marcar a Ponta CDI de um Swap a Mercado

Diferença entre marcação a mercado e marcação na curva

Suponha um swap Pré x CDI. Na data de referência, uma parte do CDI já ocorreu e outra parte ainda precisa ser projetada. A marcação a mercado separa essas duas componentes: o CDI realizado até a data de referência e o CDI projetado pela curva DI atual.

Quando existe amortização, o fluxo de cada ponta pode ser lido como juros mais amortização. No caso usual de um Pré x CDI, a amortização tende a ser a mesma nas duas pontas.

1. Ideia central

Considere um swap com data inicial d_0 , data de referência t e vencimento T . Na data t , a ponta CDI pode ser dividida em duas partes:

- o CDI já realizado entre d_0 e t ;
- o CDI projetado entre t e T , usando a curva DI observada na data de referência.

Assim, o fator total da ponta CDI até o vencimento é dado por

$$F_{\text{CDI total}}(d_0, T) = F_{\text{CDI realizado}}(d_0, t) \cdot F_{\text{DI mercado}}(t, T).$$

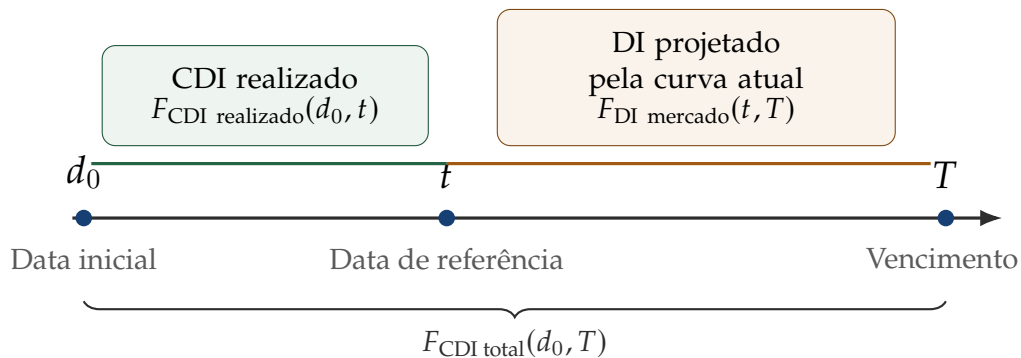


Figura 1: Separação entre CDI realizado e CDI projetado pela curva de mercado.

2. Juros, amortização e fluxo da ponta

Em um contrato sem amortização, a ponta é calculada apenas pelo juros do indexador.

Neste texto, vamos considerar um único fluxo no vencimento T . Em uma operação com várias amortizações, a mesma lógica é aplicada em cada data de fluxo.

Separando juros e amortização, temos:

$$VF_{\text{ponta}} = \text{Juros}_{\text{ponta}} + A_T,$$

onde A_T representa a amortização da ponta na data T .

No caso da ponta CDI, a parcela de juros no vencimento é

$$\text{Juros}_{\text{CDI}} = N [F_{\text{CDI realizado}}(d_0, t) \cdot F_{\text{DI mercado}}(t, T) - 1].$$

Logo, o fluxo futuro da ponta CDI é

$$VF_{\text{CDI}} = \text{Juros}_{\text{CDI}} + A_T.$$

Substituindo a expressão dos juros:

$$VF_{\text{CDI}} = N [F_{\text{CDI realizado}}(d_0, t) \cdot F_{\text{DI mercado}}(t, T) - 1] + A_T.$$

Neste caso, a amortização não entra dentro do fator CDI:

$$A_T \neq A_T \cdot F_{\text{CDI realizado}}(d_0, t) \cdot F_{\text{DI mercado}}(t, T).$$

Ou seja, o CDI projeta os juros da ponta. Em alguns swaps indexados a IPCA, VC, por exemplo, a amortização pode ser corrigida. Esse não é o caso tratado aqui.

O caso sem amortização é obtido tomando $A_T = 0$:

$$VF_{\text{CDI}} = N [F_{\text{CDI realizado}}(d_0, t) \cdot F_{\text{DI mercado}}(t, T) - 1].$$

3. Valor presente da ponta CDI

Após calcular o fluxo futuro, precisamos trazê-lo a valor presente. Para isso, usamos o fator de desconto da curva DI entre t e T :

$$DF(t, T) = \frac{1}{F_{\text{DI mercado}}(t, T)}.$$

Como o fluxo futuro da ponta CDI é formado por juros mais amortização, temos

$$VP_{\text{CDI}} = [\text{Juros}_{\text{CDI}} + A_T] \cdot DF(t, T).$$

Substituindo a expressão dos juros:

$$VP_{\text{CDI}} = \{N [F_{\text{CDI realizado}}(d_0, t) \cdot F_{\text{DI mercado}}(t, T) - 1] + A_T\} \cdot DF(t, T).$$

De forma mais aberta:

$$VP_{CDI} = Juros_{CDI} \cdot DF(t, T) + A_T \cdot DF(t, T).$$

Como

$$DF(t, T) = \frac{1}{F_{DI \text{ mercado}}(t, T)},$$

também podemos escrever

$$VP_{CDI} = \frac{N [F_{CDI \text{ realizado}}(d_0, t) \cdot F_{DI \text{ mercado}}(t, T) - 1] + A_T}{F_{DI \text{ mercado}}(t, T)}.$$

No caso sem amortização, isto é, $A_T = 0$, obtemos

$$VP_{CDI} = N [F_{CDI \text{ realizado}}(d_0, t) - DF(t, T)].$$

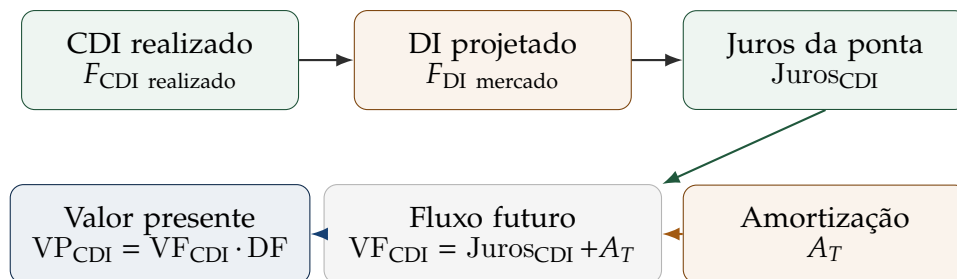


Figura 2: A ponta CDI é calculada como juros mais amortização, e depois trazida a valor presente.

4. Exemplo numérico da ponta CDI

Suponha um swap com os seguintes dados:

Informação	Valor
Notional	$N = 10.000.000$
Fator CDI realizado	$F_{CDI \text{ realizado}} = 1,0500$
Fator DI de mercado até o vencimento	$F_{DI \text{ mercado}} = 1,0600$
Fator de desconto	$DF = 1/1,0600$
Amortização no vencimento	$A_T = 2.000.000$

Primeiro calculamos a parcela de juros:

$$Juros_{CDI} = 10.000.000 \cdot (1,0500 \cdot 1,0600 - 1).$$

Como

$$1,0500 \cdot 1,0600 = 1,1130,$$

temos

$$Juros_{CDI} = 10.000.000 \cdot (1,1130 - 1) = 1.130.000.$$

Agora somamos a amortização:

$$VF_{CDI} = Juros_{CDI} + A_T = 1.130.000 + 2.000.000 = 3.130.000.$$

A amortização entrou como 2.000.000, sem correção pelo CDI.

Trazendo esse fluxo a valor presente:

$$VP_{CDI} = \frac{3.130.000}{1,0600} \approx 2.952.830.$$

5. E a ponta Pré?

Para entender o swap completo, precisamos comparar a ponta CDI com a ponta Pré. Se a taxa pré contratada é K , então o fator pré contratado até o vencimento é

$$F_{\text{Pré contratado}}(d_0, T) = (1 + K)^{\frac{DU(d_0, T)}{252}}.$$

A parcela de juros da ponta Pré é

$$Juros_{Pré} = N [F_{\text{Pré contratado}}(d_0, T) - 1].$$

Se $A_T^{\text{Pré}}$ representa a amortização da ponta Pré, então

$$VP_{Pré} = Juros_{Pré} \cdot DF(t, T) + A_T^{\text{Pré}} \cdot DF(t, T).$$

De forma análoga, se A_T^{CDI} representa a amortização da ponta CDI, então

$$VP_{CDI} = Juros_{CDI} \cdot DF(t, T) + A_T^{\text{CDI}} \cdot DF(t, T).$$

O MtM, isto é, o *mark-to-market* do swap, é a diferença entre o valor presente da ponta recebida e o valor presente da ponta paga. Se a posição recebe Pré e paga CDI, então:

$$MtM = VP_{Pré} - VP_{CDI}.$$

Com amortização explícita em cada ponta:

$$MtM = [Juros_{Pré} \cdot DF(t, T) + A_T^{\text{Pré}} \cdot DF(t, T)] - [Juros_{CDI} \cdot DF(t, T) + A_T^{\text{CDI}} \cdot DF(t, T)].$$

Como os fluxos estão na mesma data T e usam o mesmo fator de desconto, podemos escrever:

$$MtM = [Juros_{Pré} - Juros_{CDI} + A_T^{\text{Pré}} - A_T^{\text{CDI}}] DF(t, T).$$

No caso usual de um Pré x CDI com a mesma amortização nas duas pontas:

$$A_T^{\text{Pré}} = A_T^{\text{CDI}}.$$

Logo,

$$A_T^{\text{Pré}} - A_T^{\text{CDI}} = 0.$$

Nesse caso, a amortização aparece no valor bruto de cada ponta, mas não altera o MtM:

$$\text{MtM} = [\text{Juros}_{\text{Pré}} - \text{Juros}_{\text{CDI}}] \text{DF}(t, T).$$

Portanto, para um Pré x CDI simples, o MtM vem da diferença entre os juros das duas pontas. A amortização só afeta o MtM se os valores, datas ou critérios de correção forem diferentes entre as pontas.

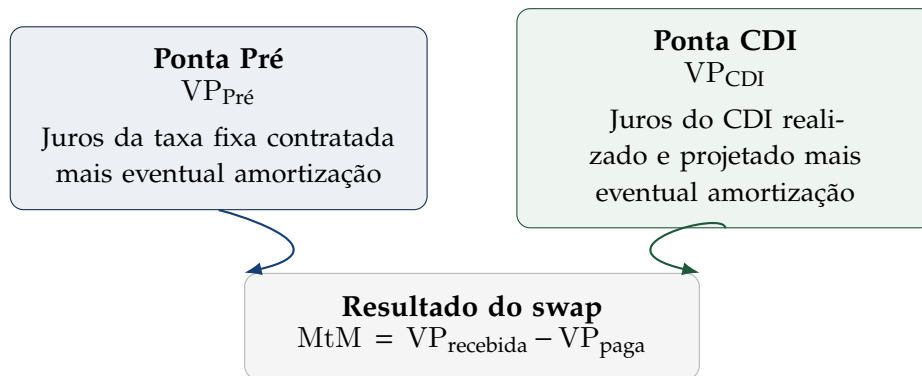


Figura 3: O MtM nasce da diferença entre os valores presentes das pontas. Quando a amortização é igual nas duas pontas, estamos calculando, efetivamente, a diferença de juros.

6. Marcação a mercado versus marcação na curva

A diferença entre marcação a mercado e marcação na curva está na pergunta que cada metodologia tenta responder.

Na marcação a mercado, queremos saber quanto vale o contrato na data de referência, considerando as condições atuais de mercado. No caso da ponta CDI, isso significa usar a curva DI atual para projetar o trecho futuro e descontar o fluxo até a data de referência.

A pergunta da marcação a mercado é:

Quanto vale esse contrato hoje, usando as taxas atuais de mercado?

Na marcação na curva, a lógica é diferente. Não estamos reprecificando o contrato pelas condições atuais de mercado. Estamos carregando a operação pela taxa contratada, pela curva original ou pelo critério definido no contrato.

A pergunta da marcação na curva é:

Quanto o contrato acumulou até hoje seguindo sua regra original?

Para deixar a diferença mais clara, considere o caso sem amortização ou com amortização igual nas duas pontas. Para quem recebe Pré e paga CDI, uma forma simplificada do MtM é:

$$\text{MtM}_{\text{mercado}} = N \cdot \frac{F_{\text{Pré contratado}}(d_0, T) - F_{\text{CDI realizado}}(d_0, t) \cdot F_{\text{DI mercado}}(t, T)}{F_{\text{DI mercado}}(t, T)}.$$

Observe que a marcação a mercado usa $F_{\text{DI mercado}}(t, T)$, isto é, a curva observada na data de referência para o prazo remanescente.

Já a marcação na curva olha para o que foi acumulado até a data de referência. Para o mesmo swap, a leitura de carregamento até t pode ser representada por:

$$V_{\text{curva}}(t) = N [F_{\text{Pré contratado}}(d_0, t) - F_{\text{CDI realizado}}(d_0, t)].$$

Em termos práticos:

Metodologia	Ideia principal
Marcação a mercado	Reprecifica o contrato na data de referência usando as condições atuais de mercado.
Marcação na curva	Carrega o contrato até a data de referência pela taxa contratada.

7. Exemplo completo de swap Pré x CDI

Suponha agora que, além dos dados da ponta CDI, a taxa pré contratada gere o seguinte fator até o vencimento:

$$F_{\text{Pré contratado}} = 1,1300.$$

Mantendo

$$F_{\text{CDI realizado}} = 1,0500 \quad \text{e} \quad F_{\text{DI mercado}} = 1,0600,$$

o fator total projetado da ponta CDI será

$$F_{\text{CDI total}} = 1,0500 \cdot 1,0600 = 1,1130.$$

A parcela de juros da ponta Pré é:

$$\text{Juros}_{\text{Pré}} = 10.000.000 \cdot (1,1300 - 1) = 1.300.000.$$

A parcela de juros da ponta CDI é:

$$\text{Juros}_{\text{CDI}} = 10.000.000 \cdot (1,1130 - 1) = 1.130.000.$$

Considere uma amortização de 2.000.000 nas duas pontas:

$$A_T^{\text{Pré}} = A_T^{\text{CDI}} = 2.000.000.$$

O valor futuro bruto da ponta Pré é:

$$VF_{\text{Pré}} = 1.300.000 + 2.000.000 = 3.300.000.$$

O valor futuro bruto da ponta CDI é:

$$VF_{\text{CDI}} = 1.130.000 + 2.000.000 = 3.130.000.$$

Para quem recebe Pré e paga CDI, o saldo no vencimento é:

$$VF_{\text{Swap}} = 3.300.000 - 3.130.000 = 170.000.$$

Trazendo a valor presente pela curva DI:

$$MtM = \frac{170.000}{1,0600} \approx 160.377.$$

Portanto, nessa situação, a posição de quem recebe Pré e paga CDI tem MtM positivo. O fator pré contratado acumulou mais que o fator CDI realizado mais o CDI futuro projetado pela curva.

8. Conclusão

Marcar a ponta CDI de um swap a mercado exige separar o que já aconteceu do que ainda precisa ser projetado. O CDI realizado é conhecido. O CDI projetado deve ser extraído da curva DI na data referência.

A ordem conceitual é:

$$\text{juros projetados} + \text{amortização} = \text{fluxo futuro da ponta}.$$

Depois:

$$VP_{\text{ponta}} = \text{fluxo futuro da ponta} \cdot DF(t, T).$$

A marcação na curva responde a uma lógica de carregamento. A marcação a mercado responde a uma lógica econômica. Essa diferença é fundamental para entender o MtM de swaps, principalmente em momentos de mudança relevante na curva de juros.